

Pressemitteilung

Ludwig-Maximilians-Universität München

Luise Dirscherl

09.06.2006

<http://idw-online.de/de/news163323>

Forschungsergebnisse
Mathematik, Physik / Astronomie
überregional

Wenn der Oktaederstumpf ins Eckige muss - Die Mathematik und unendlich viele Fußbälle

München, 9. Juni 2006 - Hand hoch, wer es weiß: Wie ist ein Fußball aufgebaut? In den meisten Fällen setzt er sich aus 32 Vielecken zusammen - zwölf schwarze Fünfecke und 20 weiße Sechsecke. Diese werden so angeordnet, dass die Fünfecke von Sechsecken umgeben werden, und die Sechsecke mit ihren Seiten abwechselnd an Fünfecke und an Sechsecke stoßen. Das ist die übliche, aber natürlich nur eine mögliche Art, einen Fußball zu bilden. Professor Dieter Kotschick, Lehrstuhlinhaber für Differentialgeometrie an der Ludwig-Maximilians-Universität (LMU) München, beschreibt in einem populärwissenschaftlichen Artikel im "American Scientist", welche Alternativen es gibt. "Für einen Mathematiker ist ein Fußball ein faszinierendes Problem", meint er dazu. "Warum sieht er so aus, wie er aussieht? Könnte man ihn aus anderen Formen zusammensetzen oder die Polygone anders anordnen? Diese Fragen kann man mit mathematischen Begriffen präzisieren, und zum Teil auch beantworten. Dabei spielen vor allem die Geometrie, die Gruppentheorie, die Topologie und die Kombinatorik eine wichtige Rolle." Die Veröffentlichung im "American Scientist" stützt sich auf einen mathematischen Artikel von Kotschick und seinem Mitarbeiter Dr. Volker Braungardt.

Dabei ist die Arbeit nicht nur von sportlichem und mathematischem Interesse. Denn die neuen Erkenntnisse der Autoren zum Design von Fußbällen lassen sich auch auf chemische Fragestellungen übertragen, etwa bei der Betrachtung von Fullerenen. Das sind stabile sphärische Kohlenstoffmoleküle mit äußerst interessanter räumlicher Struktur. Die Entdeckung dieser Verbindungen wurde 1996 sogar mit dem Nobelpreis für Chemie gewürdigt. Das erste bekannte und auch einfachste Fulleren ist der so genannte "Buckyball" - mit einer Struktur, die genau der des Standardfußballs entspricht. Angeblich wurde das seit langem bekannte und heute übliche Design für Fußbälle bei der Weltmeisterschaft 1970 eingeführt, um den Ball auf dem Bildschirm optisch hervorzuheben. Dabei gab es andere Ansätze als diesen so genannten Ikosaederstumpf: Unregelmäßige Formen, aber auch lang gestreckte Stücke wurden schon zusammengenäht, um einen Fußball zu bekommen. Priorität war immer, einen Ball zu erhalten, der auch bei äußerster Belastung rund bleibt. Aber was ist überhaupt ein Fußball?

Braungardt und Kotschick gingen von folgenden Annahmen aus: Der Ball muss sich aus Fünf- und Sechsecken zusammensetzen, die so angeordnet sind, dass die Seiten der Fünfecke nur an Sechsecke stoßen, während die Sechsecke mit ihren Seiten abwechselnd auf Fünfecke und Sechsecke treffen. Selbst bei diesen Einschränkungen aber ergeben sich noch unendlich viele Möglichkeiten für Fußbälle - wie auch für Fullerene. Aus Sicht des Mathematikers, speziell des Topologen, bilden die Polygone, das sind Vielecke, eines Fußballs eine Schicht, die die Oberfläche einer Kugel bedeckt. Das Muster zu verzerren, ändert topologisch nichts. Daher kann man neue Fußbälle aus alten konstruieren, indem man diese Schicht mit einem Schnitt öffnet und anschließend staucht, bis sie beispielsweise nur noch die Hälfte der Kugel bedeckt. Dieses Muster kann dann auch auf die andere Hälfte übertragen werden, ohne die geforderten Eigenschaften eines Fußballs zu verlieren. Dieses Verfahren lässt sich vielfach ausbauen, wenn das ursprüngliche Muster auf mehr als die Hälfte gestaucht wird. "Mein Mitarbeiter und ich konnten beweisen, dass jeder überhaupt denkbare Fußball, der die drei Bedingungen erfüllt, auf diese Weise konstruiert werden kann", so Kotschick. Diese eine Konstruktion erschöpft also alle Möglichkeiten, Fußbälle aus Fünf- und Sechsecken herzustellen.

Selbstverständlich braucht man sich nicht auf Fünf- und Sechsecke zu beschränken. Wie könnten andere Fußbälle aussehen, die sich aus zwei anderen Vielecken zusammensetzen und dabei die verbleibenden beiden Eigenschaften eines Fußballs erfüllen? Diese Frage führte Kotschick und Braungardt zu den so genannten platonischen Körpern oder regelmäßigen Polyedern. Von diesen gibt es nur fünf: das Tetraeder, das Oktaeder, den Würfel, das Ikosaeder und das Dodekaeder. Aus diesen platonischen Körpern kann man durch "Abstumpfen" so genannte verallgemeinerte Fußbälle herstellen. Dabei werden die Ecken der platonischen Körper abgeschnitten. Was dabei von den Flächen des ursprünglichen Polyeders übrig bleibt, bildet die eine Art Flächen, die andere Art sind die Schnittflächen. Das aus 20 gleichseitigen Dreiecken bestehende Ikosaeder wird durch diese Abstumpfung zum Standardfußball. "Wir interessieren uns aber auch für Fußbälle, die gar nicht sphärisch sind", so Kotschick. "Sie haben die Form eines Fahrradschlauchs, einer Breze oder einer Oberfläche mit noch mehr Löchern." Bei der Weltmeisterschaft aber wird es trotzdem sehr viel konventioneller zugehen. Der "Teamgeist Ball", der für diese WM neu eingeführt wurde, besteht aus 14 gebogenen Kunstlederstücke mit der Struktur eines Oktaederstumpfs. Damit ist schon eines klar: Wie erfolgreich die Teams auch sein werden, es wird immer und immer wieder nur ein mathematisch sehr einfacher Ball im Tor landen. Man sollte sich von der Weltmeisterschaft also nicht zu viel versprechen: Sie kann ja nur eintönig werden. (suwe)

Publikationen:

D. Kotschick: "The Topology and Combinatorics of Soccer Balls", The American Scientist, Juli-August Heft 2006, im Internet unter <http://www.americanscientist.org/template/CurrentIssue;jsessionid=aaabAnoDVtAuhY>