

## Press release

Universität Regensburg

Christina Glaser

10/26/2018

<http://idw-online.de/en/news704823>

Research results, Studies and teaching  
Mathematics  
transregional, national



Universität Regensburg

## Warum einfach, wenn's auch kompliziert geht?

**Regensburger Mathematikdidaktiker finden heraus, dass viele Menschen beim Lösen von Wahrscheinlichkeitsaufgaben einfache Lösungsansätze zunächst in eine kompliziertere Methode übersetzen – und dann der Aufgabe nicht mehr gewachsen sind**

Der eine oder andere Erwachsene wird denken, er hätte die Stochastik, also die Rechnung mit den Wahrscheinlichkeiten, zusammen mit der Schule hinter sich gelassen. Doch sie lauert in Bereichen, in denen wir sie erst mal gar nicht vermuten, z. B. im Gerichtssaal oder in der Arztpraxis. Ein Beispiel: Nehmen wir an, eine Frau nimmt am Mammographie-Screening zur Brustkrebsfrüherkennung teil. Mit dieser Methode können 80 Prozent der Fälle von Brustkrebs erkannt werden. Die Frau erhält ein positives Ergebnis. Die Wahrscheinlichkeit, dass sie Brustkrebs hat, liegt also bei 80 Prozent? Falsch. Um diese Wahrscheinlichkeit zu berechnen, fehlen noch weitere Informationen: Insgesamt haben etwa ein Prozent der Frauen, die am Mammographie-Screening teilnehmen, Brustkrebs. Und die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau, die keinen Brustkrebs hat, ein positives Ergebnis erhält, liegt bei 9,6 Prozent [Anmerkung: die Zahlen stammen aus einer Studie von 1982]. Nun erst kann man die Wahrscheinlichkeit, mit welcher die Frau mit dem positiven Testergebnis tatsächlich Brustkrebs hat, berechnen. Aber wie? Für die Rechnung mit den sogenannten bedingten Wahrscheinlichkeiten gibt es die Formel von Bayes. Für unser Beispiel lautet die Rechnung folgendermaßen:  $0,8 * 0,01 / (0,8 * 0,01 + 0,096 * 0,99) = 0,07764$  (Das heißt also, nur 7,8 Prozent der positiv getesteten Frauen haben Brustkrebs; aktuell liegt diese Wahrscheinlichkeit im deutschen Mammographie-Screening übrigens bei ca. 13 Prozent). Sieht kompliziert aus? Ist es auch, bestätigt der Regensburger Mathematikdidaktiker Patrick Weber: „Das ist für das Gehirn sehr komplex und es sind viele Rechenschritte nötig, um auf das gewünschte Ergebnis zu kommen.“

Dass es auch einfacher geht, ist schon seit etwa 20 Jahren aufgrund einer Studie von Gigerenzer & Hoffrage bekannt, nämlich indem man mit natürlichen Häufigkeiten rechnet. Das heißt, man stellt sich eine konkrete Anzahl – in unserem Fall von Frauen – vor: 100 von 10.000 Frauen, die am Mammographie-Screening teilnehmen, haben Brustkrebs. Von diesen 100 Frauen erhalten 80 ein positives Testergebnis. Aber auch 950 von den 9.900 gesunden Frauen erhalten ein positives Ergebnis. Insgesamt erhalten also 1.030 Frauen ein positives Ergebnis, davon sind aber nur 80 Frauen wirklich krank.

Eine Meta-Analyse von McDowell und Jacobs aus dem Jahr 2017 beweist, dass Aufgaben, wie im zweiten Rechenbeispiel verständlicher und leichter zu lösen sind. Denn Aufgaben mit bedingten Wahrscheinlichkeiten konnten nur etwa vier Prozent der Teilnehmer lösen, während es bei Aufgaben mit natürlichen Häufigkeiten 24 Prozent waren. Aber was ist mit dem Rest? Es sind ja immer noch drei Viertel, die an der Aufgabe mit den Häufigkeiten gescheitert sind. Das haben sich auch Patrick Weber und seine Kollegen gefragt. Für ihre Studie, die nun in der Zeitschrift *Frontiers in Psychology* veröffentlicht wurde, haben die Mathematikdidaktiker deshalb 180 Personen jeweils zwei Aufgaben gestellt – eine, die in Wahrscheinlichkeiten und eine die in Häufigkeiten formuliert war. Dabei wurden die Studienteilnehmerinnen und -teilnehmer gebeten, ihren Lösungsweg ganz genau aufzuschreiben. Das Ergebnis: während nur Wenige die Wahrscheinlichkeitsangaben in Häufigkeiten umrechneten, „übersetzte“ etwa die Hälfte die intuitiven Häufigkeiten erst einmal in die komplizierteren Wahrscheinlichkeiten und konnte die Aufgabe dann nicht mehr lösen.

Die Regensburger Mathematikdidaktiker vermuten, dass der Grund hierfür in der schulischen Ausbildung liegt. Denn die Wahrscheinlichkeiten haben im Gegensatz zu den Häufigkeiten einen angestammten Platz im Lehrplan. „Die Wahrscheinlichkeiten haben schon lange ihre Tradition und ihren Stellenwert in der Mathematik. So entsteht manchmal der Eindruck, dass sie mathematisch korrekter sind als die Rechnung mit Häufigkeiten“, erklärt Patrick Weber. „Das ist aber ein Trugschluss, denn Häufigkeiten können genauso mathematisch korrekt definiert werden.“

Damit sich künftige Generationen nicht mehr so leicht in Wahrscheinlichkeiten verzetteln, empfehlen die Wissenschaftler, auch das Format der natürlichen Häufigkeiten viel systematischer in den Mathematikunterricht einzubeziehen. Komplette auf die bedingten Wahrscheinlichkeiten verzichten sollte man aber nicht, meint der Co-Autor der Studie, Prof. Dr. Stefan Krauss: „In unserer heutigen Welt ist Prozent das häufigste Substantiv in den Tageszeitungen. Ohne das Verständnis für Wahrscheinlichkeiten würden wir nicht zurechtkommen.“ Das sieht auch Karin Binder so, die ebenfalls an der Studie beteiligt war: „Deshalb müssen wir Schülerinnen und Schüler befähigen, mit diesen Wahrscheinlichkeiten umzugehen und sie vielleicht in einfachere Informationsformate, wie die natürlichen Häufigkeiten zu übersetzen“.

contact for scientific information:

Patrick Weber  
Am Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik  
Universität Regensburg  
Telefon: 0941 943-2786  
E-Mail: [patrick.weber@ur.de](mailto:patrick.weber@ur.de)

Original publication:

P. Weber, K. Binder and S. Krauss, “Why can only 24% solve Bayesian reasoning problems in natural frequencies: Frequency phobia in spite of probability blindness“, *Frontiers in Psychology* (2018).  
DOI: [10.3389/fpsyg.2018.01833](https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01833)



Prof. Dr. Stefan Krauss, Patrick Weber und Karin Binder (v.l.n.r.)

Foto: UR/Glaser – Zur ausschließlichen Verwendung im Rahmen der Berichterstattung zu dieser Pressemitteilung.